



Shakedown e Atrito

Orientador: Prof. Dr. Cherlio Scandian – TRICORRMAT (UFES)

Coorientador: Prof. Dr. Roberto Martins de Souza – LFS (POLI-USP)

Mestrando: Rodrigo Pereira Gonçalves – TRICORRMAT (UFES)



OBJETIVO



LFS Laboratório de Fenômenos de Superfície



Cátedra roda-trilho





MOQUECA TRIBOLÓGICA



LFS Laboratório de Fricção e Superfície

The influence of repeated loading, residual stresses and shakedown on the behaviour of tribological contacts.

J.A. Williams*

Cambridge University Engineering Department, Trumpington Street, Cambridge CB2 1PZ, UK

Available online 7 April 2003



Wear 190 (1995) 145–150

WEAR

Contact mechanics and the wear of metals

K.L. Johnson

Cambridge University, Cambridge, UK

Received 9 January 1993; accepted 17 April 1993

Int. J. Mech. Solids Vol. 24, No. 3, pp. 333–356, 1993
Printed in Great Britain

0020-7179/93 \$10.00 + .00
© 1993 Pergamon Press plc

EFFECT OF CHANGES IN CONTACT GEOMETRY ON SHAKEDOWN OF SURFACES IN ROLLING/SLIDING CONTACT

A. KAROON and K. L. JOHNSON

Cambridge University Engineering Department, Trumpington Street, Cambridge CB2 1PZ, U.K.

J. Mech. Phys. Solids Vol. 33, No. 8, pp. 139–162, 1985
Printed in Great Britain

0022-2869/85 \$3.00 + 0.00
© 1985 Pergamon Press Ltd.

APPLICATION OF THE KINEMATICAL SHAKEDOWN THEOREM TO ROLLING AND SLIDING POINT CONTACTS

A. R. S. POSTER

Engineering Department, University of Leicester, Leicester, U.K.

and

A. D. HEARLEY and K. L. JOHNSON

University of Cambridge, Department of Engineering, Trumpington Street, Cambridge, U.K.

Wear, 144 (1991) 1–18

1

Plastic flow and shakedown of the rail surface in repeated wheel–rail contact

A. F. BOWER and K. L. JOHNSON

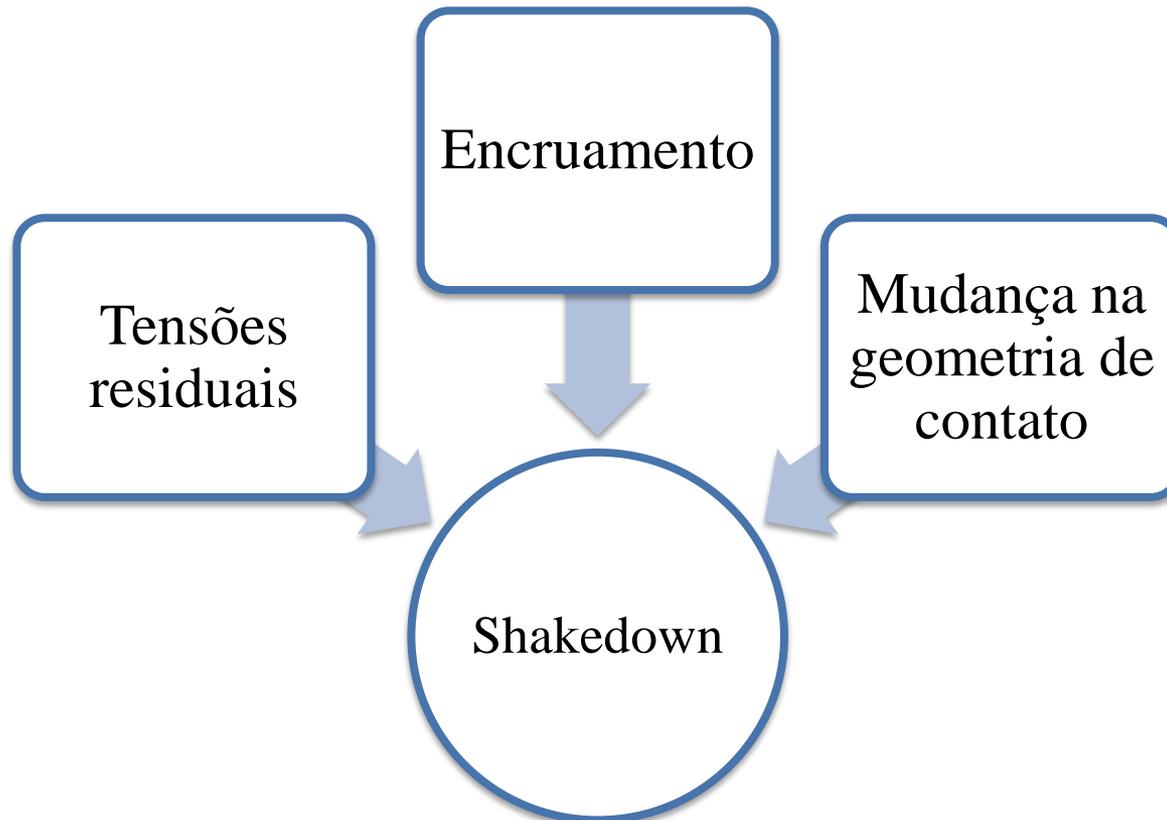
Department of Engineering, University of Cambridge, Trumpington Street, Cambridge CB2 1PZ (U.K.)



INTRODUÇÃO



Kapour e Johnson [1] definem shakedown como o processo pelo qual uma estrutura submetida a um carregamento cíclico, que se deforma plasticamente durante a primeira aplicação de carga, atinge após uma determinada quantidade de ciclos um estado estacionário em que a resposta do material é perfeitamente elástica.





INTRODUÇÃO



Em geral, duas abordagens podem ser usadas para obter o limite shakedown.

Numérica

Elementos finitos

Maior esforço computacional

Numérica / Analítica

Teoremas shakedown de Melan e Koiter

Menor esforço computacional

(i) O teorema estático, devido à Melan afirma que: Se qualquer campo de tensões residuais que satisfaça as condições de equilíbrio e seja invariante no tempo, possa ser encontrado de forma que em nenhum momento o limite de escoamento é violado, então shakedown ocorrerá. Este (seguro) teorema fornece uma fronteira inferior do limite shakedown [3].

(ii) O teorema cinemático, devido à Koiter afirma que: Caso um ciclo cinematicamente admissível de deformação plástica possa ser encontrado, em que o trabalho realizado pelas cargas externas exceda o trabalho de dissipação plástica interna, Shakedown não ocorrerá. Este teorema proporciona, assim, uma fronteira superior do limite shakedown [3].

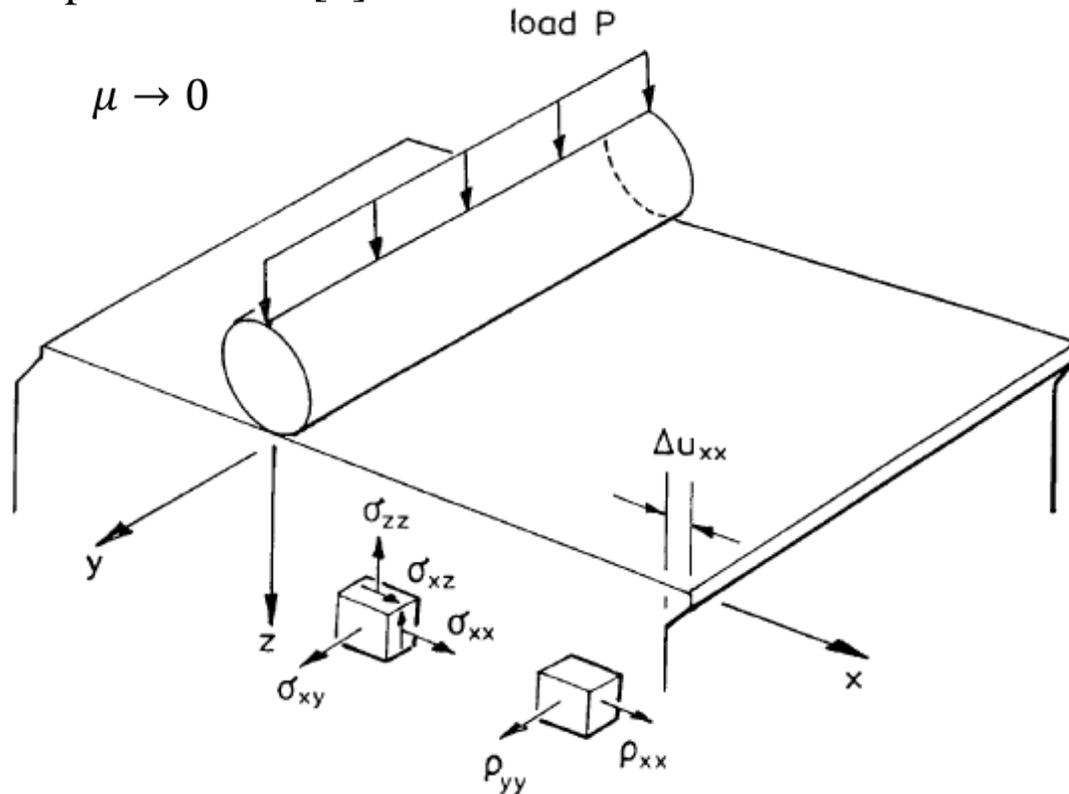


A INFLUÊNCIA DAS TENSÕES RESIDUAIS



LFS Laboratório de Fenômenos de Superfície

O fenômeno shakedown analisando o caso de um cilindro deslizando livremente sobre um semi-espço perfeitamente elástico-plástico foi estudado pela primeira vez por Johnson [4].



$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - x^2/a^2}.$$

$$a = \sqrt{4PR/\pi E^*}$$

$$p_0 = \sqrt{PE^*/\pi R}.$$

Figura 2 – Modelo de uma cilindro rígido deslizando sem atrito sob um semi-espço perfeitamente elástico-plástico. σ_{xx} , σ_{yy} e σ_{xz} são o sistema de tensões devido à carga P; ρ_{xx} e ρ_{yy} são tensões residuais; Δu_{xx} é o incremento de deformação plástica aplicável no teorema de Koiter [2].



A INFLUÊNCIA DAS TENSÕES RESIDUAIS

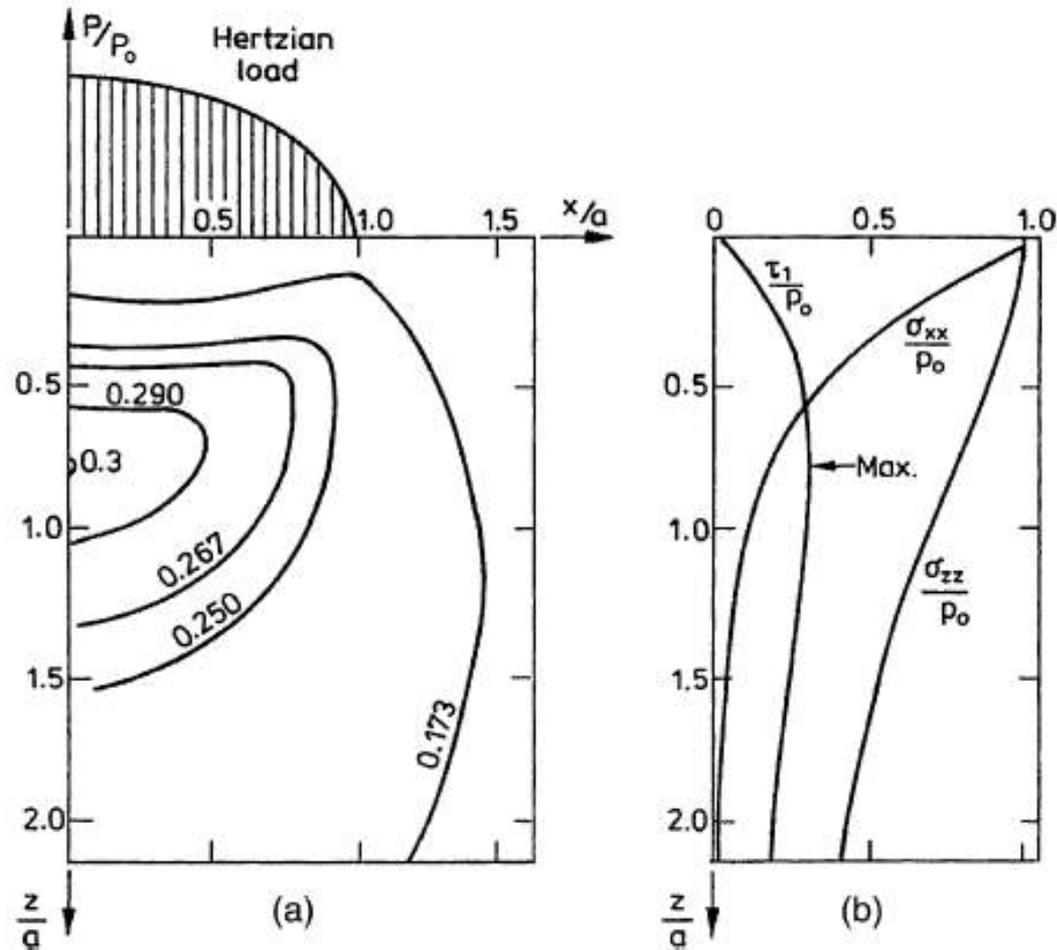
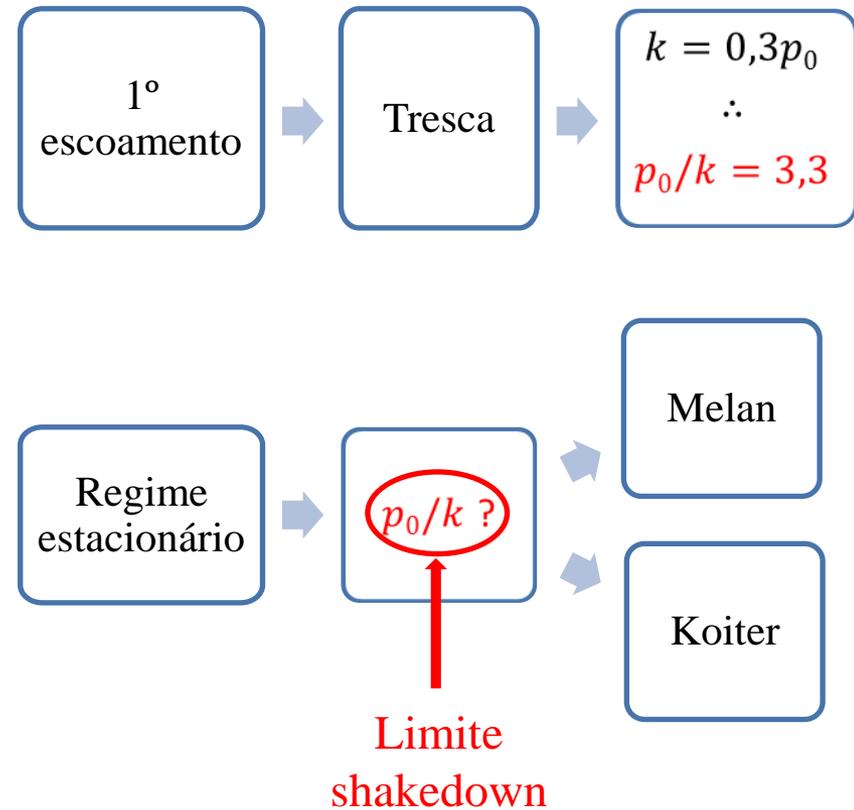
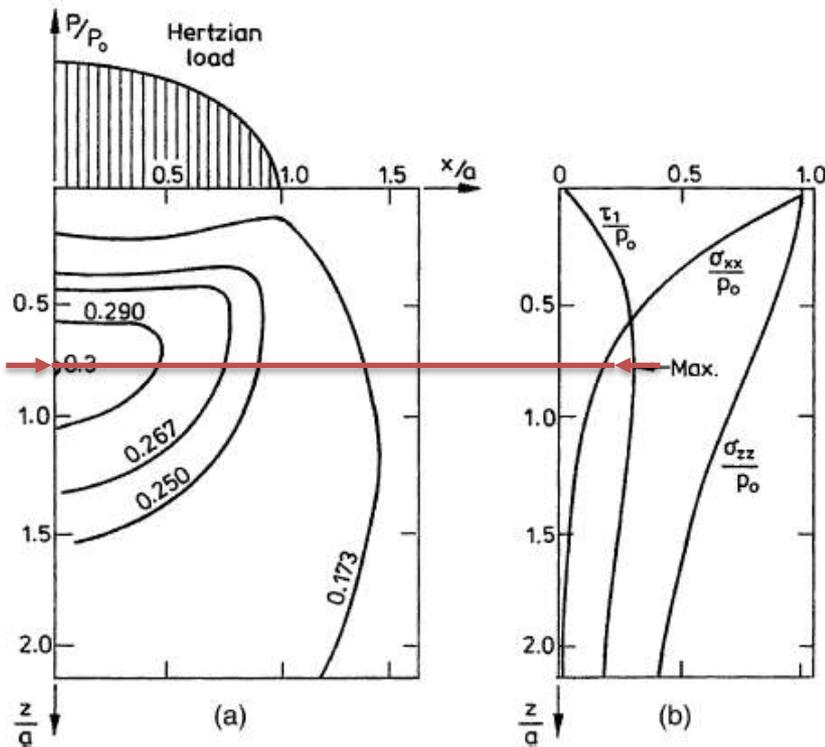


Figura 3 – Tensões abaixo de uma linha de carga Hertiziana. (a) Linhas de máximo valor de tensão de cisalhamento no plano x-z. (b) Distribuição das tensões diretas σ_{xx} , σ_{yy} e da máxima tensão de cisalhamento τ_1 ao longo do eixo de simetria Oz.[2].

O valor do **fator intensidade de carga (p_0/k)** em que algum elemento do material ultrapassa o limite elástico depende do critério de escoamento adotado.





A INFLUÊNCIA DAS TENSÕES RESIDUAIS



A aplicação do teorema de Melan requer um sistema de tensões de contato que incluem as tensões compressivas σ_{xx} , σ_{yy} e a tensão de cisalhamento τ_{xz} , um sistema de tensões residuais auto equilibradoras, que chamaremos de $(\sigma_x)_r$, $(\sigma_y)_r$ etc.

A análise feita por Johnson [8] fornece que o único sistema de tensões residuais possível para o caso de um cilindro deslizando livremente sobre um semi-espço perfeitamente elástico-plástico:

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_x)_r &= f_1(z), & (\sigma_y)_r &= f_2(z) \\ (\sigma_z)_r &= (\tau_{xy})_r = (\tau_{yz})_r = (\tau_{zx})_r = 0 \end{aligned} \right\}$$



$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \{ \sigma_x + (\sigma_x)_r + \sigma_z \} + \frac{1}{2} [\{ \sigma_x + (\sigma_x)_r - \sigma_z \}^2 + 4\tau_{zx}^2]^{1/2}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \{ \sigma_x + (\sigma_x)_r + \sigma_z \} - \frac{1}{2} [\{ \sigma_x + (\sigma_x)_r - \sigma_z \}^2 + 4\tau_{zx}^2]^{1/2}$$

$$\sigma_3 = \nu \{ \sigma_x + \sigma_z \} + (\sigma_y)_r$$



$$\frac{1}{4} (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \leq k^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} \{ \sigma_x + (\sigma_x)_r - \sigma_z \}^2 + \tau_{zx}^2 \leq k^2$$



A INFLUÊNCIA DAS TENSÕES RESIDUAIS



$$\frac{1}{4} \{ \sigma_x + (\sigma_x)_r - \sigma_z \}^2 + \tau_{zx}^2 \leq k^2$$

$\tau_{zx} > k$ 

$\tau_{zx} = k$ 

$(\sigma_x)_r = \sigma_z - \sigma_x$

$\tau_{zx} (\text{máx}) = 0,25p_0$

$k = 0,25p_0$

Fronteira inferior de Melan

$p_s/k \geq 4$

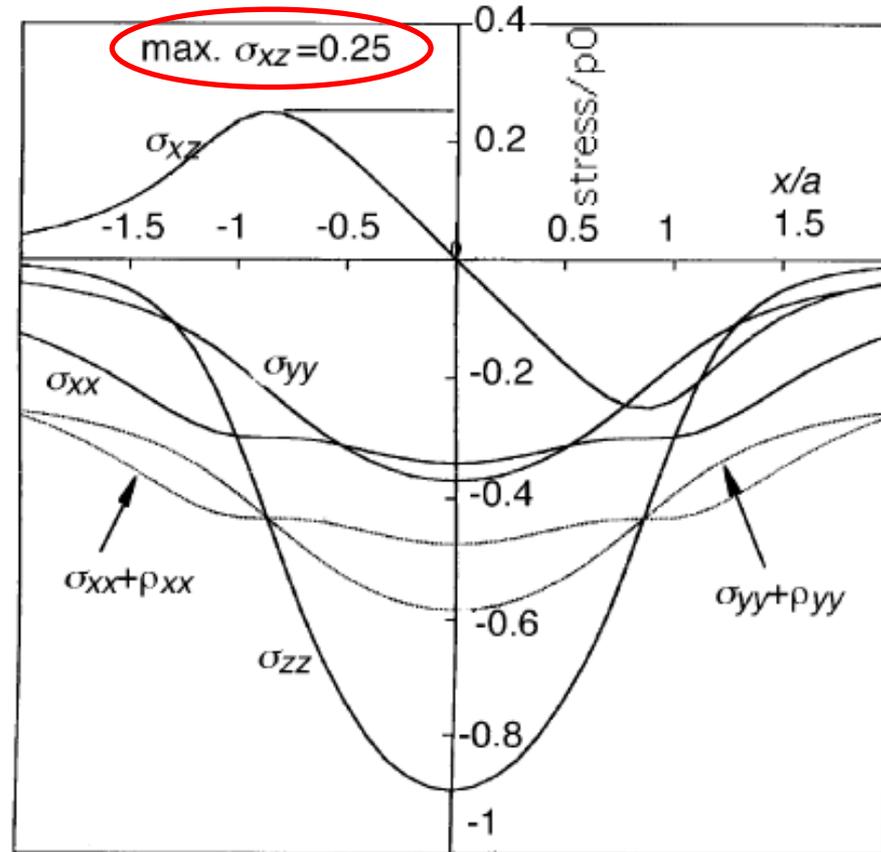


Figura 4 – Linhas sólidas: tensões abaixo de uma linha de carga Hertziana em uma profundidade $z = 0,5a$, constituídas de a tensão de cisalhamento σ_{xz} e das tensões diretas σ_{xx} e σ_{yy} . Linhas pontilhadas: Tensões após o shakedown, ou seja, com adição das tensões residuais ρ_{xx} e ρ_{yy} [2].



A INFLUÊNCIA DAS TENSÕES RESIDUAIS



LFS Laboratório de Fenômenos Superficiais

Para aplicar o teorema cinemático de Koiter devemos postular um mecanismo aceitável de deformação plástica. Suponha-se um simples cisalhamento plástico ao longo do plano paralelo à superfície exterior do sólido.

Incremento de deformação plástica

$$\Delta u_{xx}$$



$$T_{te} = \tau_{zx} \times \Delta u_{xx}$$



$$T_{te} = T_{dp}$$

$$T_{dp} = k \times \Delta u_{xx}$$

$$\tau_{zx} = k$$

$$\tau_{zx} (\text{máx}) = 0,25 p_0$$



$$0,25 p_0 = k$$



Fronteira superior de Koiter

$$p_s/k \leq 4$$

Já que neste caso, as fronteiras inferior e superior são idênticos eles descrevem o “verdadeiro” limite shakedown.



A INFLUÊNCIA DAS TENSÕES RESIDUAIS



LMS
Laboratório de
Materiais e
Estruturas

A importância prática do shakedown pode ser facilmente apreciada comparando as pressões e portanto as cargas para o primeiro escoamento e à exigida no estado estacionário quando o campo de tensões residuais é estabelecido.

1º escoamento:

$$p_0/k = 3,3$$

Limite shakedown:

$$p_s/k = 4$$

Uma vez que a linha de carga P é proporcional a p_0^2 , a razão entre as cargas digamos P_s e P_y é:

$$\left\{ \frac{P_s}{P_y} \right\} = \left\{ \frac{4}{3,3} \right\}^2 = 1,47$$

Uma carga 47% maior do que aquela que causa o 1º escoamento pode ser suportada sem subsequente escoamento, em situações de carga repetitiva.



A INFLUÊNCIA DO ATRITO



LFS Laboratório de Fricção e Superfície

No contato em deslizamento em que o atrito atua, a força de atrito $q(x)$ atuando na área de contato é dada por:

$$q(x) = \mu p_0 \sqrt{1 - x^2/a^2}$$

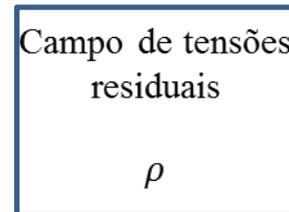
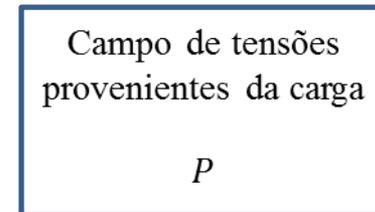
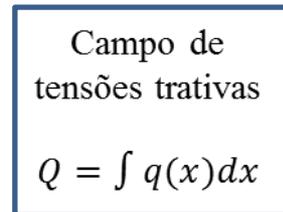
1º escoamento:

Estado estacionário

Tresca ou von Mises

Shakedown

p_0/k



$$\mu(Q/P) < 0,3$$

$$\mu(Q/P) > 0,3$$



$\tau_{zx} (máx)$



Escoamento superficial

Escoamento subsuperficial

$$\tau_{zx} = \mu p_0$$

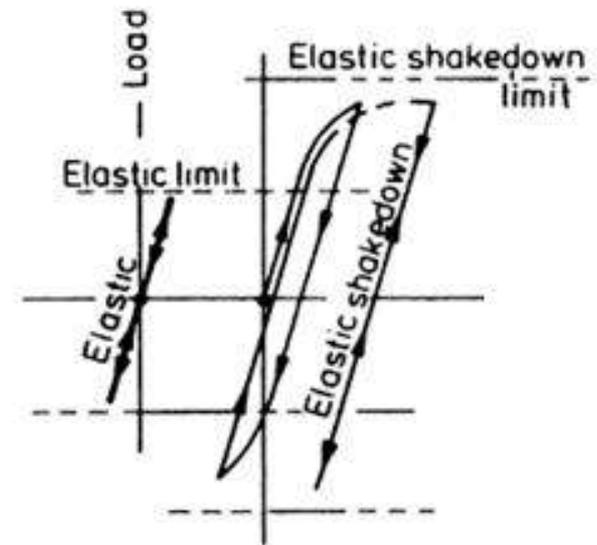
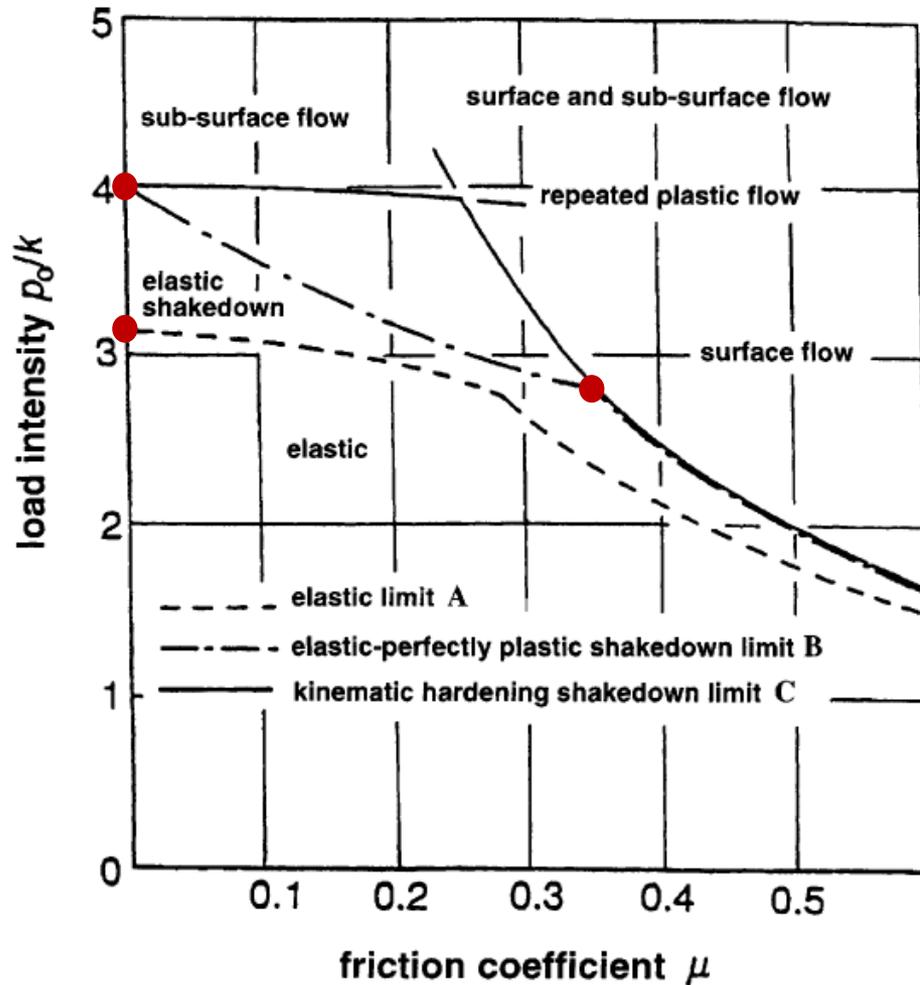


Figura 5 – Diagrama shakedown para linha de contato em que a máxima pressão de contato (normalizada pela tensão de escoamento em cisalhamento) é plotada em relação ao coeficiente de atrito [2].



A IMPORTÂNCIA DO ENCRUAMENTO

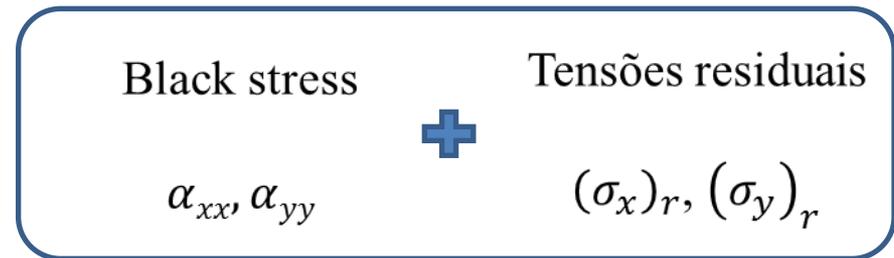
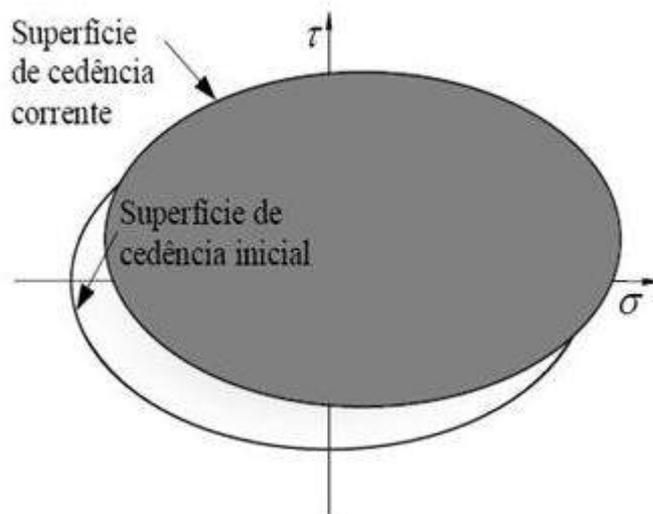


LFS Laboratório de Fenômenos Superplásticos

A maioria dos materiais encrua. O escoamento plástico nos primeiros ciclos de carregamento aumentam a tensão de escoamento efetiva nas aplicações subsequentes de carga, contribuindo assim para o shakedown.

Bower e Johnson [9]

Encruamento cinemático



Tensões residuais efetivas

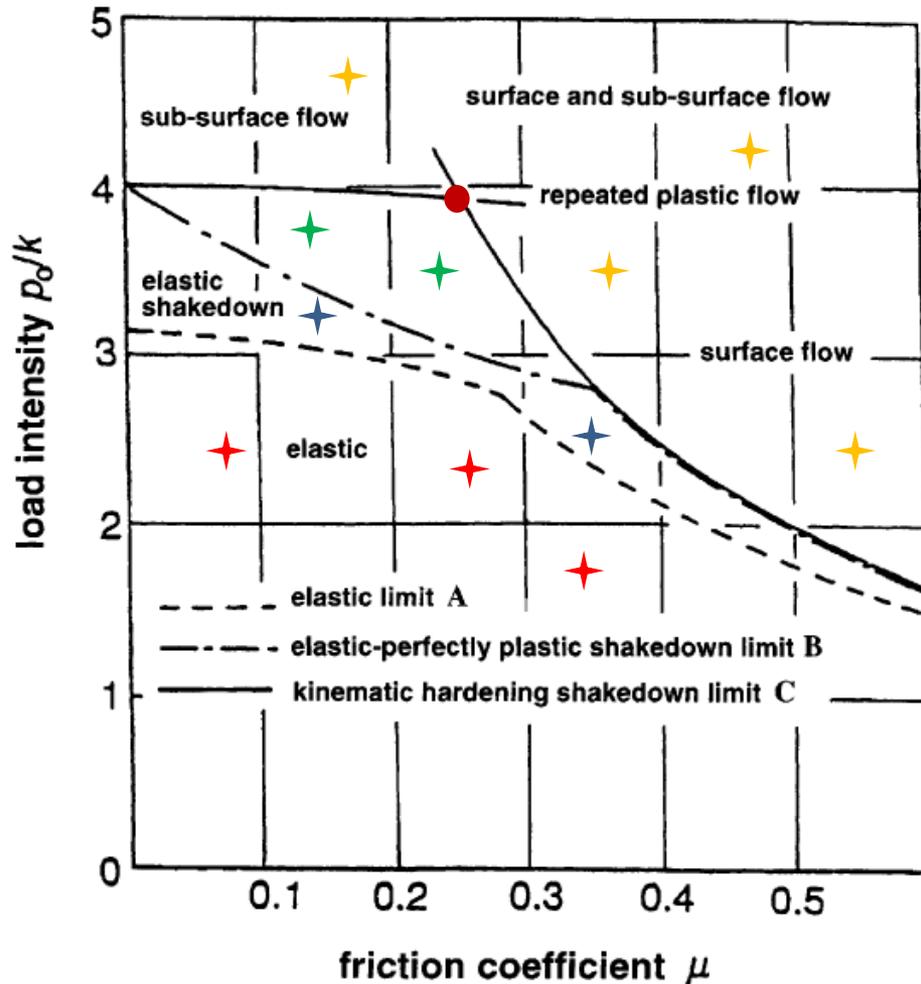
Teorema shakedown de Melan



A IMPORTÂNCIA DO ENCRUAMENTO



LFS Laboratório de Fricção e Superfície



Se o ponto de operação do contato plotado no diagrama fica abaixo da curva A (limite elástico) nenhum elemento do material atinge o escoamento.

Entre as curvas A e B, um material perfeitamente elástico-plástico escoará inicialmente mas atingirá o shakedown em regime permanente. A elevação da curva B em relação a A indica a contribuição das tensões residuais para o shakedown.

Condições entre B e C somente resultam em shakedown se o material for capaz de encruar cinematicamente. A elevação da curva C em relação a B, indica a influência do encruamento para o shakedown.

Se o ponto de operação está acima da curva C então deformação plástica ocorrerá em cada ciclo de carregamento.



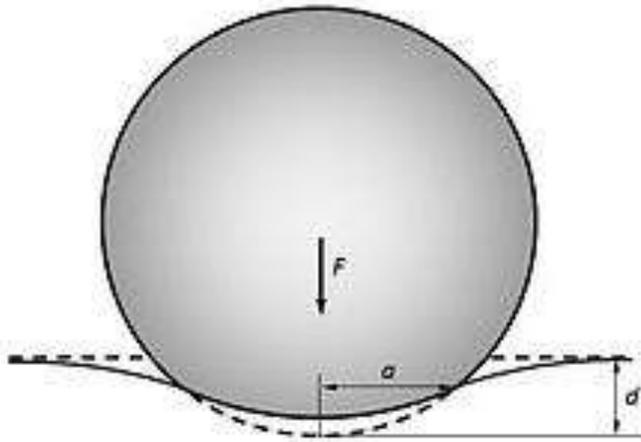
A INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DE CONTATO DE CONTATO



LFS
Laboratório de Fenômenos de Superfície

A deformação plástica inicial pode induzir uma mudança na geometria de contato podendo dessa forma contribuir para a ocorrência do shakedown.

Rolamento repetitivo



A_c

➔ **Shakedown**

p_0



A INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DE CONTATO



Experimentos foram realizados por Hearle [11] onde discos de aço com raio $\frac{1}{4}$ ", 1" e 4" foram rolados repetidamente sobre discos cilíndricos de alumínio em uma máquina de disco.

| Crown radius (in inches) | 0.25 | | 1.00 | | 4.00 |
|-----------------------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|
| | $p_0/k=7$ | $p_0/k=10$ | $p_0/k=7$ | $p_0/k=10$ | $p_0/k=7$ |
| 0 | | | | | |
| 1 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 10 | | | | | |
| 100 | | | | | |
| 1000 | | | | | |
| 5000 | | | | | |

Figura 6 - Mudança na área de contato durante o rolamento de discos de aço com raio $\frac{1}{4}$ ", 1" e 4" em relação à discos cilíndricos de alumínio em uma máquina de disco [11].



A INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DE CONTATO



A mudança de uma área de contato elíptica para uma retangular implica em uma mudança na distribuição de pressão semi-elipsoidal para uma que é mais uniforme praticamente por toda a largura do caminho de deformação.

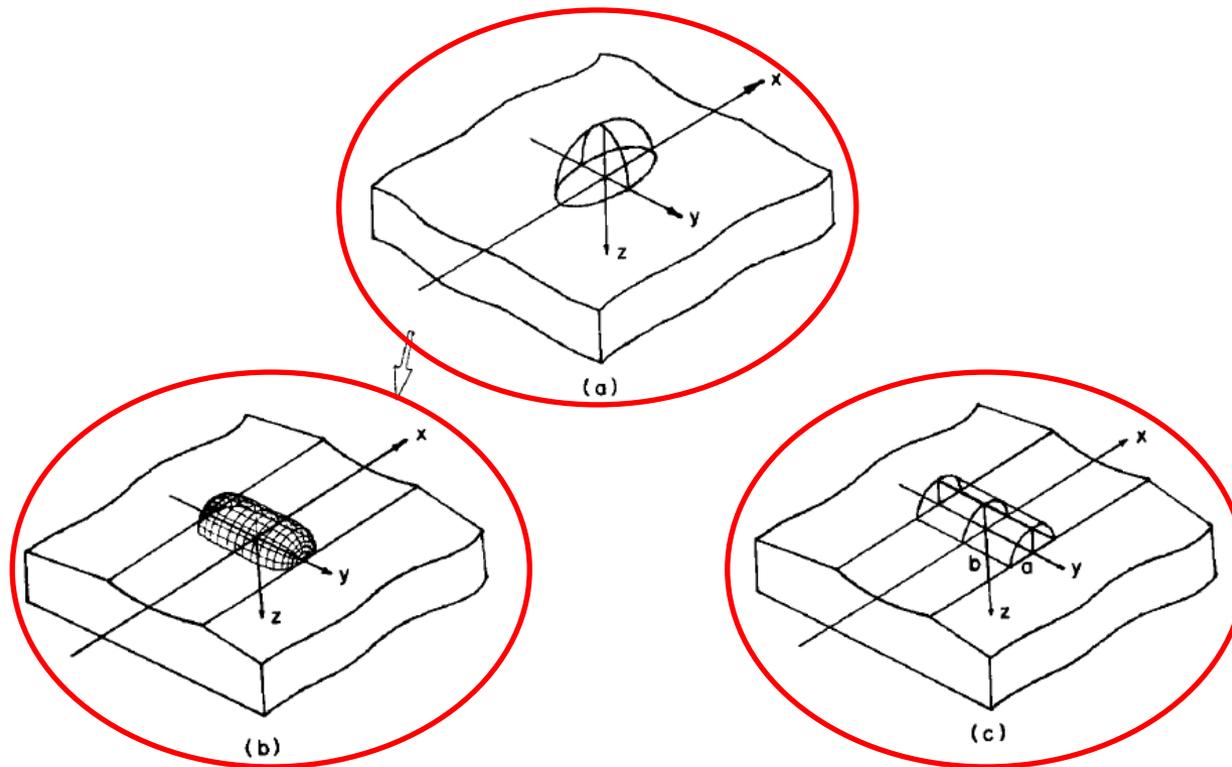


Figura 7 – Mudança na pressão de contato durante o shakedown. (a) Inicial (aproximadamente Hertziana). (b) No estado estacionário (aproximadamente Kunert). (c) Distribuição de pressão idealizada por Kunert [1].



A INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DE CONTATO



$$\bar{P} \propto \left(\frac{p_0}{k}\right), \left(\frac{b}{a}\right)$$

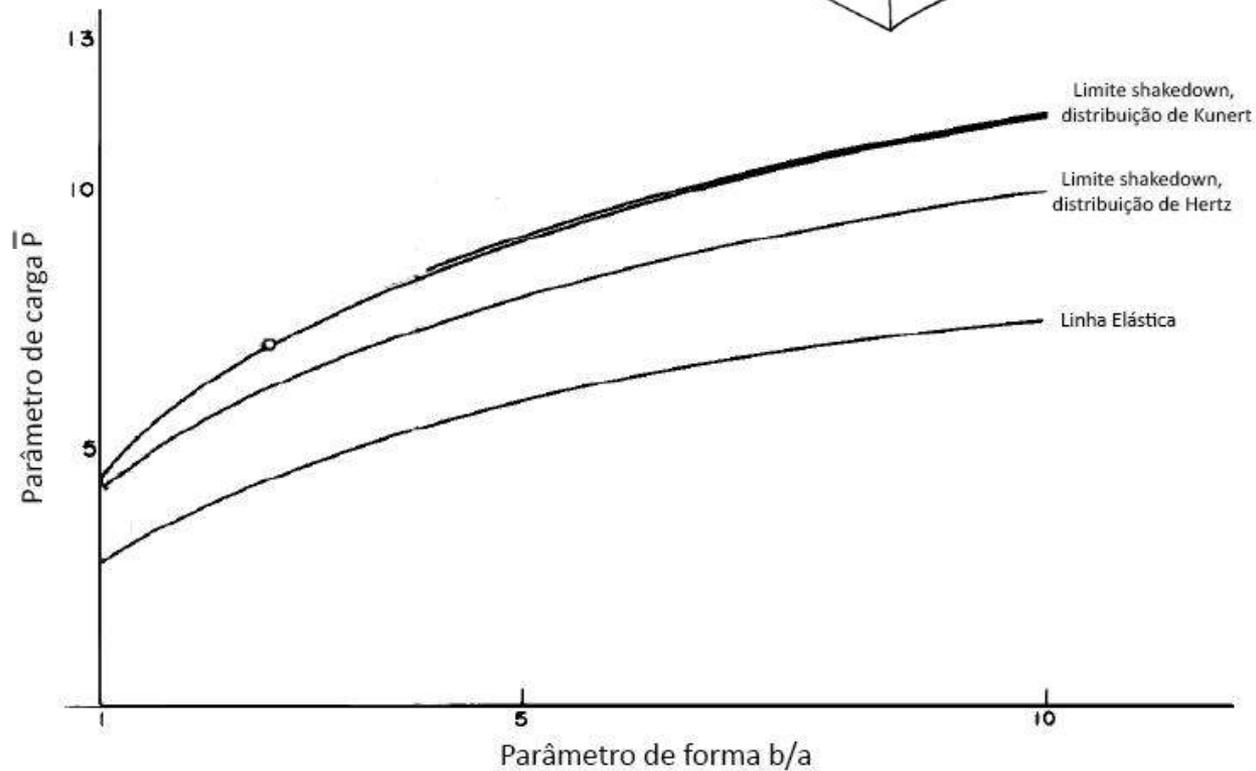
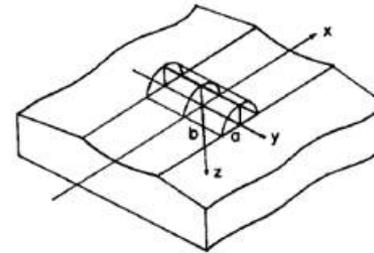


Figura 8 – Limites shakedown em rolamento livre plotados em relação ao parâmetro de forma b/a [1] adaptada.



ULTRAPASSANDO O LIMITE SHAKEDOWN



Se o limite shakedown é excedido, deformação plástica irá ocorrer em cada ciclo de carregamento. Ela pode assumir duas formas:

| |
|-----------------------------|
| Plasticidade cíclica |
| Escoamento sub superficial |
| Fadiga de baixo ciclo |

Ponter, Hearle e Johnson

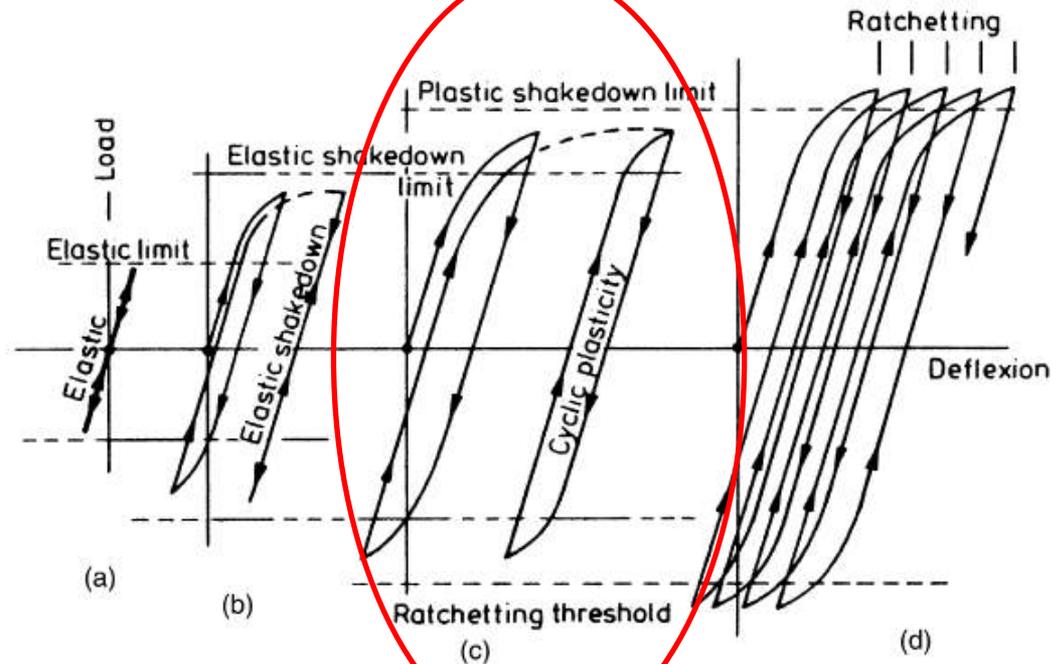


Figura 11 – Diferentes formas de resposta ao carregamento cíclico: (a) perfeitamente elástica, (b) shakedown, (c) plasticidade cíclica, (d) ratchetting [2].



ULTRAPASSANDO O LIMITE SHAKEDOWN



Se o limite shakedown é excedido, deformação plástica irá ocorrer em cada ciclo de carregamento. Ela pode assumir duas formas:

Incrementos de deformação plástica (Ratchetting)

Escoamento superficial

Fratura dúctil

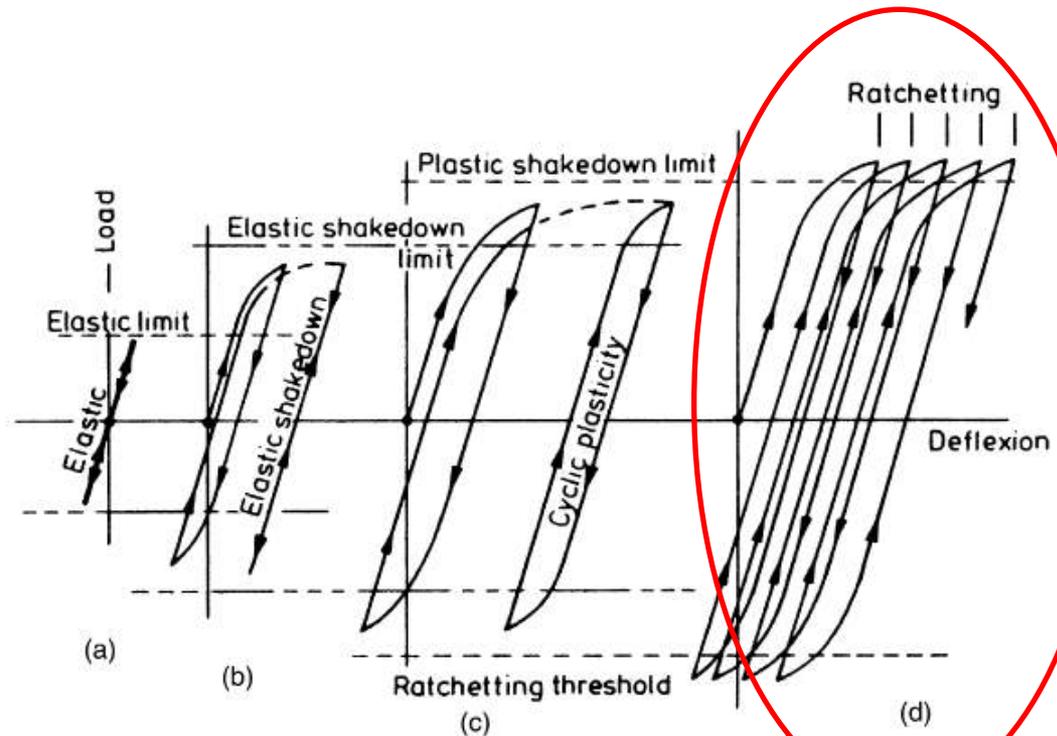


Figura 11 – Diferentes formas de resposta ao carregamento cíclico: (a) perfeitamente elástica, (b) shakedown, (c) plasticidade cíclica, (d) ratchetting [2].



ULTRAPASSANDO O LIMITE SHAKEDOWN

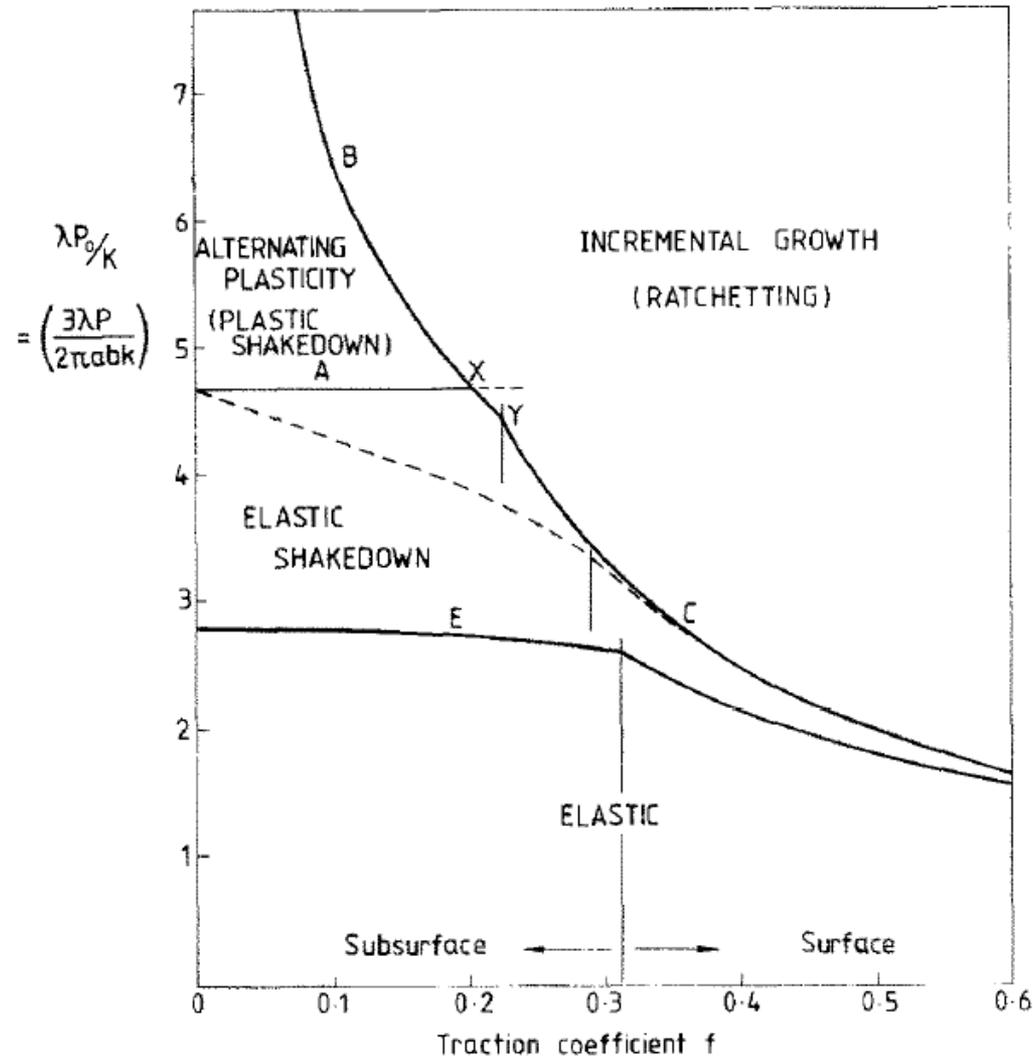


Figura 12 – Diagrama shakedown destacando as zonas de plasticidade cíclica e ratchetting [3].



ULTRAPASSANDO O LIMITE SHAKEDOWN

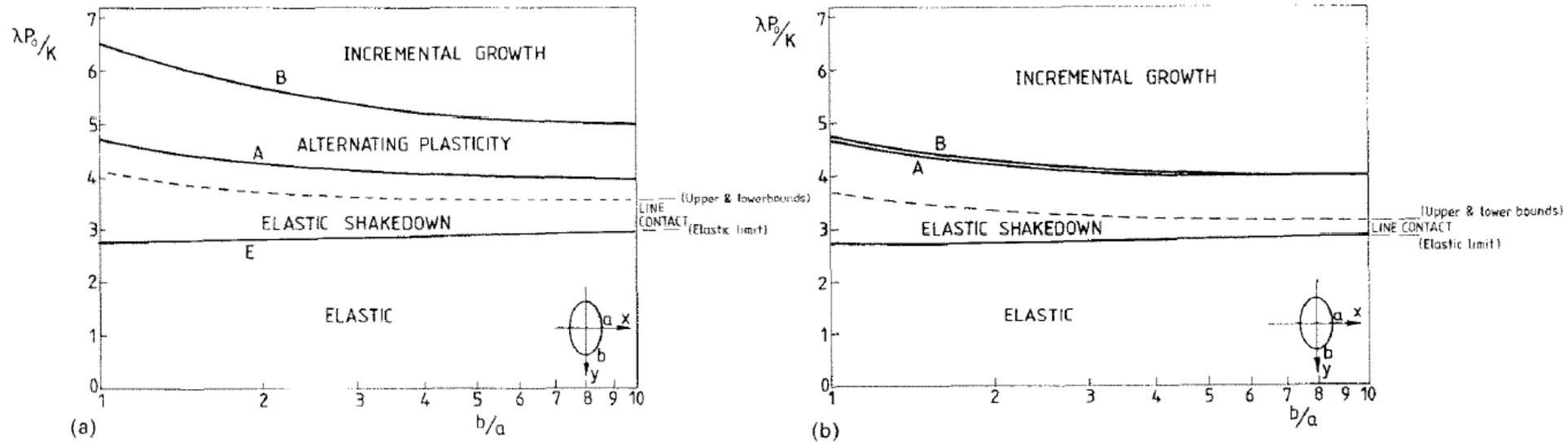


Figura 13 – Redução da zona de plasticidade cíclica com o aumento do coeficiente de tração. (a) $f = 0,1$; (b) $f = 0,2$ [3].



ULTRAPASSANDO O LIMITE SHAKEDOWN



LFS Laboratório de
Fenômenos de
Superfície

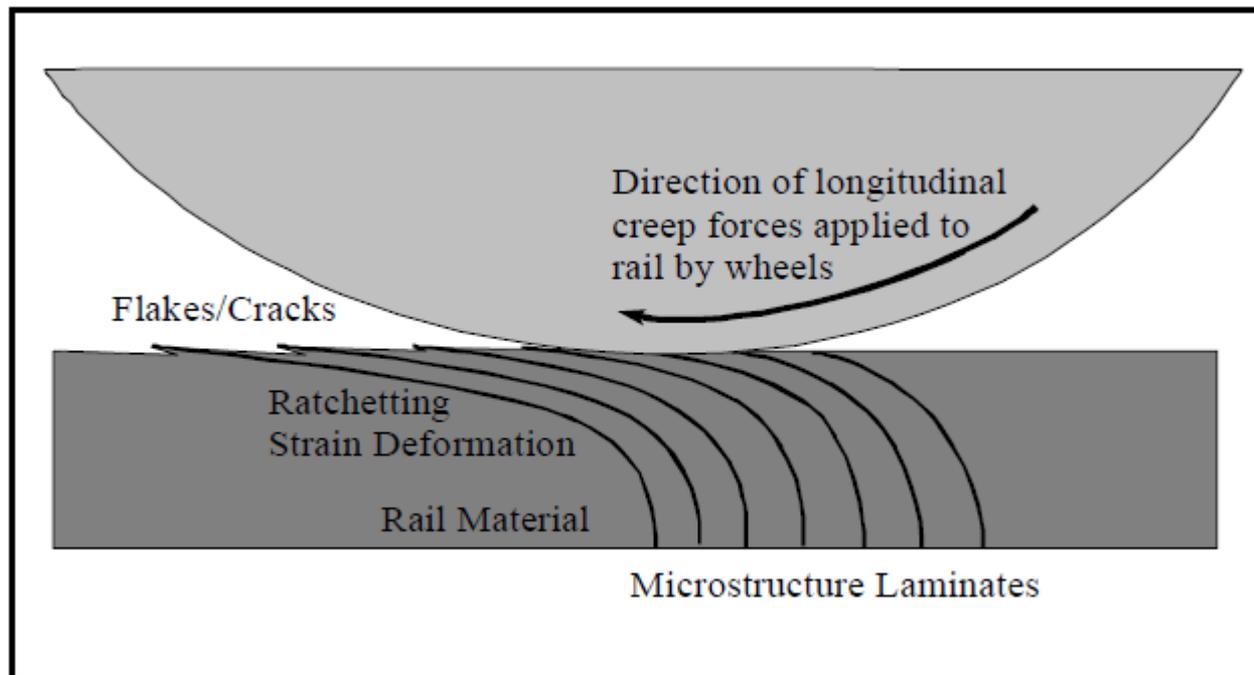


Figura 14 – Modelo das deformações cisalhantes de ratchetting [14].



ULTRAPASSANDO O LIMITE SHAKEDOWN

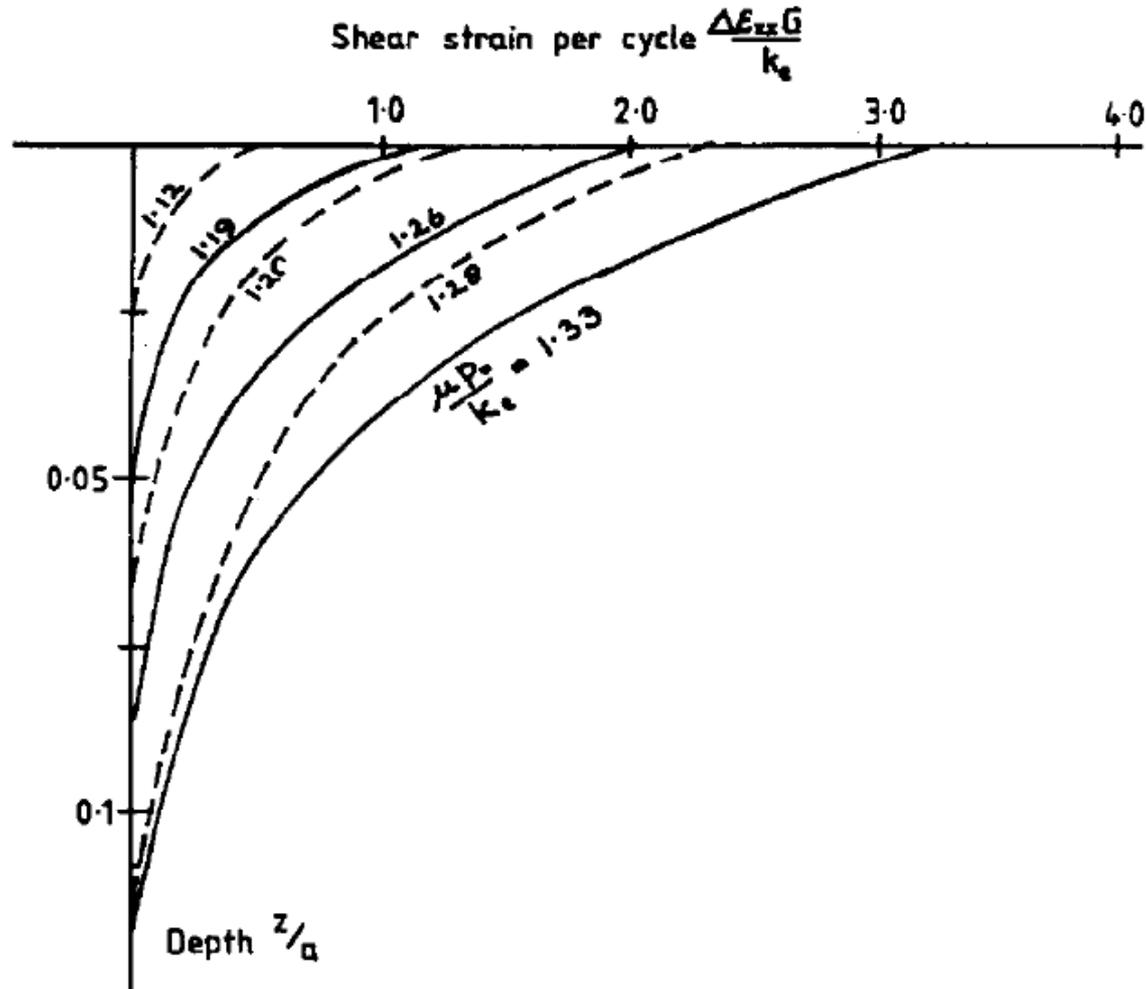
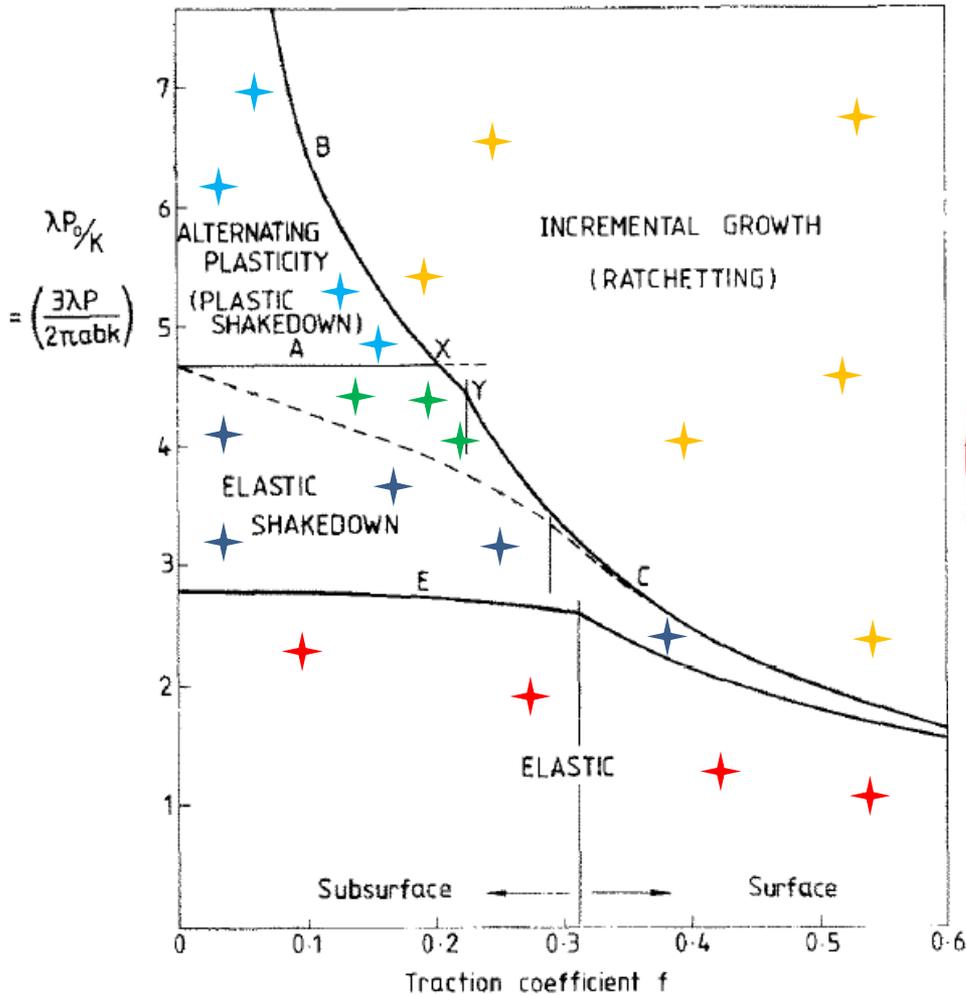


Figura 15 – Taxa de acumulação de deformação plástica unidirecional em função de $p_0/p_0^s = \mu p_0/k$ [15].

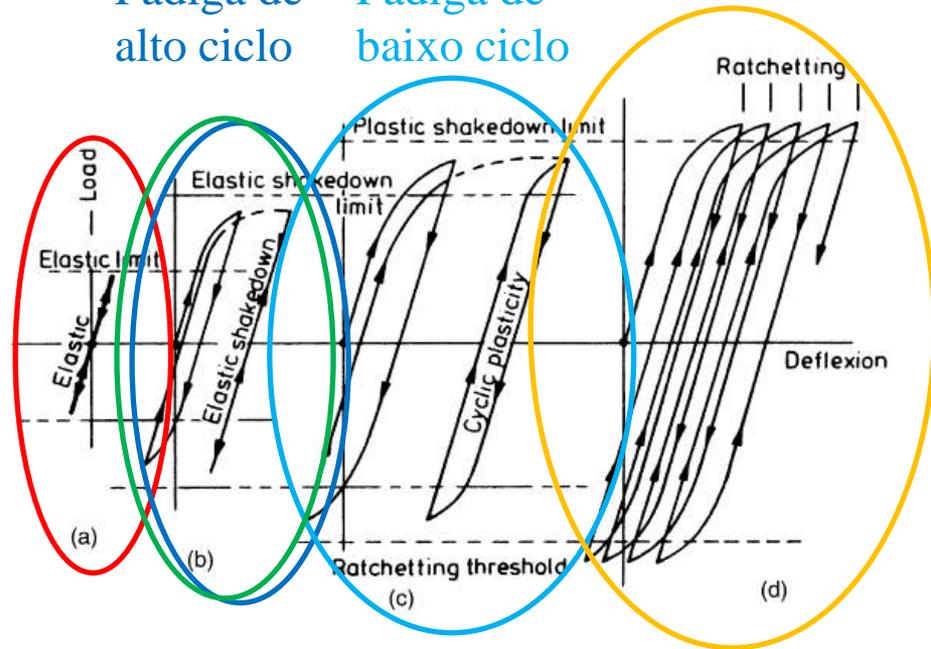


RESUMO



Fadiga de alto ciclo

Fadiga de baixo ciclo



Fadiga de alto ciclo

Fratura dúctil



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS



LFT
Laboratório de
Fricção e
Superfície

- [1] A. Kapour, K.L. Johnson, Effect of changes in contact geometry on shakedown of surfaces in rolling/sliding contact, *Int. J. Mech. Sci.*, 34 (3) (1992) 223-239.
- [2] J.A. Williams, The influence of repeated loading, residual stresses and shakedown on the behaviour of tribological contacts, *Tribology International* 38 (2005) 786–797.
- [3] A. R. S. Ponter, Application of the kinematical shakedown theorem to rolling and sliding point contacts, *J. Mech. Phys. Solids* Vol. 33, No. 4 (1985) 339-362.
- [4] K.L. Johnson, J. Jefferis, Plastic flow and residual stresses in rolling and sliding contact, *Proc. Inst. Mech. Eng. Symp. on Rolling Contact Fatigue*, London, 1963, Institution of Mechanical Engineers, London, (1963) p. 45.
- [5] Poritsky H. Stresses and deflections of cylindrical bodies in contact. *ASME J Appl Mech* 1950;17:191–201.
- [6] Smith JO, Liu CK. Stresses due to tangential and normal loads on an elastic solid with application to some contact stress problems. *ASME J Appl Mech* 1953;20:157–66.
- [7] Sackfield A, Hills DA. Some useful results in the classical Hertz contact problem. *J Strain Anal* 1983;18:101–10.
- [8] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, (1985).
- [9] A. F. Bower, K. L. Johnson, Plastic flow and shakedown of the rail surface in repeated wheel-rail contact, *Wear*, 144 (1991) 1-18.
- [10] K. L. Johnson, The application of shakedown principles in rolling and sliding contacts. *Eur J Mech A Solids* 1992;11(Special issue): 155–72.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS



LFS
Laboratório de
Fricção e
Superfície

- [11] A. D. Hearle, Deformation, shakedown and fatigue in rolling contact. Ph.D. Thesis, Cambridge University (1984).
- [12] K. Kunert, Spannungsverteilung im Halbraum bei elliptischer Flächenpressungsverteilung fiber einer rechteckigen Druckfläche, In Forschun O aufdem Gebiete des Inoenieurwesens , Dusseldorf, Vol. 27, p. 165 (1962).
- [13] A. Kapoor, K.L. Johnson, J.A. Williams, The steady-state sliding of rough surfaces, *Wear*, 175 (1994) 81-92.
- [14] J.M. Challen, P.L.B. Oxley, An explanation of different regimes of friction and wear using asperity deformation models, *Wear*. 53 (1979) 229-243.
- [15] K.L Johnson, Contact mechanics and the wear of metals, *Wear* 190 (1995) 162-170.
- [16] K. L. Johnson, Plastic flow, residual stress and shakedown in rolling contact, Proc. Int. Symp. On Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems II, Kingston, RI, July 1986, University of Waterloo Press, Waterloo, Ontario, 1987, pp. 83-97.
- [17] J. Kalousek, G. Rosval, H. Ghonem, Lateral creepage and its effect on wear in rail wheel systems, Proc. Int. Symp. on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems I, Vancouver, BC, July 1982, University of Waterloo Press, Waterloo, Ontario, 1983, pp. 373-389.
- [18] K. L. Johnson, in T. H. Hyde and E. Ollerton (eds.), A graphical approach to shakedown in rolling contact, Proc. Conf. on Applied Stress Analysis, Nottingham, August 1990, Elsevier, pp. 263-274.



Shakedown e Atrito

Orientador: Prof. Dr. Cherlio Scandian – TRICORRMAT (UFES)

Coorientador: Prof. Dr. Roberto Martins de Souza – LFS (POLI-USP)

Mestrando: Rodrigo Pereira Gonçalves – TRICORRMAT (UFES)